

XXI JUGOSLOVENSKA KONFERENCIJA ZA ETAN, 6.-10. JUNA '77. BANJA LUKA

Marija HRIBŠEK
Elektrotehnički fakultet, Beograd

REFERAT

Robert W. NEWCOMB
University of Maryland, U.S.A.

EKVIVALENTNI MODEL PROSTOG SILICIJUMSKOG
FILTRA

SADRŽAJ - Ovde je prikazan linearizovan model sa skoncentrisanim parametrima za vibrirajuće silicijumske štapiće. Pomoću njega je određena amplituda vibracija kao funkcija ulaznog napona, a zatim je prodiskutovana njegova primena u izračunavanju prenosne funkcije filtra sastavljenog od jednog ili više štapića.

ABSTRACT - A linearized lumped model is presented for resonant beams etched from silicon. From this, the deflection, for small motions, versus input voltage is determined. Discussion is given on the use for filter transfer function calculation for both single and multibeam structures.

1. UVOD

Poslednjih dvadesetak godina se radi na rešavanju problema selektivnih kola sa velikim Q faktorom za niže učestanosti koja se mogu realizovati primenom tehnologije integriranih kola. Međutim, nijedno predloženo rešenje koje koristi aktivne komponente [1,2] nije sasvim dobro. Neke predložene kola imaju veliki Q faktor ali je osetljivost njihovih karakteristika na promene elemenata kola tako velika da ih to čini nepraktičnim. Druga grupa predloženih rešenja ima drugi nedostatak: raspon u veličini elemenata je srazmeran samom Q faktoru [2]. Zbog toga se došlo na ideju da se umesto električnih rezonatora upotrebe mehanički [3] koji, kao što je poznato, imaju velike Q faktore. Neki od tih elektromehaničkih filtera su glomazni i ne mogu se napraviti u tehnologiji integriranih kola [4], ali jedan od njih koji koristi mehaničku rezonanciju silicijumskih štapića može [5]. Rezonator ovog filtra je ustvari tanka silicijumska konzola scovana od silicijumskog substrata [5]. Da bi se našla prenosna funkcija filtra potrebno je naći otklon konzole u funkciji ulaznog napona. Kako je konzola sistem sa raspodeljenom masom to je njeno kretanje predstavljeno parcijalnom diferencijalnom jednačinom četvrtog reda, koju nije

lako rešiti. Međutim, ako je otklon mali ekvivalentni linearizovan model sa skoncentrisanim parametrima, koji je ovde prikazan, daje zadovoljavajuće rezultate uz manje komplikovan račun.

U diskusiji je zatim pokazano kako se ovaj model može koristiti za izračunavanje prenosne funkcije filtra.

2. Ekvivalentni model i prenosna karakteristika filtra

2.1. Ekvivalentni model

Ekvivalentni model silicijumske konzole uklještene na levom kraju kao što je prikazano na slici 1., dat je na slici 2., gde konstanta k označava ekvivalentnu konstantu opruge, a m ekvivalentnu masu. Konstanta k je skoro jednaka statičkoj konstanti opruge i data je izrazom [6, str.92]:

$$k = 1.03 \frac{ET^3W}{4L^3} \quad (1)$$

gde je: E moduo elastičnosti u D/cm
 T debljina konzole u cm
 L dužina konzole u cm
 W širina konzole u cm .

Ekvivalentna masa konzole koja vibrira jednaka je jednoj četvrtini njene ukupne mase i data je prema tome izrazom [6, str.92]:

$$m = 0.25 \rho LWT \quad (2)$$

gde je ρ gustina u g/cm^3 .

Kada se napiše diferencijalna jednačina za sistem sa slike 2. može se iz nje izračunati rezonantna učestanost kao:

$$f_1 = (2\pi)^{-1} (km^{-1})^{1/2} \quad (3)$$

ili zamenjajući (1) i (2) u (3):

$$f_1 = 0.1615 TL^{-2} (E\rho^{-1})^{1/2} \quad (4)$$

Jednačina (4) je jednaka izrazu koji se dobija za osnovnu prirodnu učestanost iz rešenja parcijalne diferencijalne jednačine koja važi za konzolu sa slike 1 kada ona vibrira [5].

Amplituda vibracija slobodnog kraja konzole, označena sa $y(L,t)$, može se takodje izračunati pomoću ekvivalentnog modela.

Ako sila oblika Fe^{-st} , $s=j\omega$, deluje na slobodni kraj konzole, diferencijalna jednačina kretanja sistema je:

$$m\ddot{y}(L,t) + ky(L,t) = Fe^{-st} \quad (5)$$

Nalazi se da je rešenje jednačine (5) [5]:

$$y(L,t) = \frac{3,884FL^3}{EWT^3} \frac{1}{1 + \frac{s^2}{\omega_1^2}} e^{-st} \quad (6)$$

gde je $\omega_1 = 2\sqrt{F}$.

Može se pokazati [5, str.23] da je (6) skoro identički jednako sa $y(L,t)$ koje se dobija iz parcijalne diferencijalne jednačine. Kao što se vidi iz (6) ekvivalentni model daje ustvari samo otklon slobodnog kraja konzole, a ne otklon kao funkciju rastojanja od uklještenog kraja. Medjutim, ako je otklon mali, odnos otklona $y(x,t)$ na rastojanju x od uklještenog kraja prema $y(L,t)$ može se aproksimirati odnosom statičkih otklona [7,8 str.80], tj.:

$$\frac{y(x,t)}{y(L,t)} = \frac{x}{3L} + \frac{x^2}{L^2} - \frac{x^3}{3L^3} \quad (7)$$

2.2. Prenosna karakteristika

Prethodni rezultati mogu se iskoristiti za izračunavanje prenosne karakteristike definisane kao:

$$T'(s) = \frac{y(x_B)}{V_1}$$

gde x_B označava koordinatu izlaznog pretvarača (vidi sliku), a V_1 amplituda ulaznog sinusoidalnog napona. Kako se $T'(s)$ može predstaviti u obliku:

$$T'(s) = \frac{y(x_B)}{F} \cdot \frac{F}{V_1} \quad (8)$$

a $y(x_B)/F$ je poznato iz (6) i (7) to znači da za izračunavanje $T'(s)$ treba još samo naći F/V_1 . Ovaj odnos predstavlja prenosnu karakteristiku ulaznog pretvarača. Ako je on elektrostatičkog tipa kao na slici 1. tada je sila f prouzrokovana naponom v koji je priključen između dve metalne ploče izolovane vazduhom data

sa [9, str.63-66]:

$$f = v^2 \frac{A \epsilon_0}{2 a^2} \quad (9)$$

gde je :

A površina ploča

a rastojanje između ploča

ϵ_0 dielektrična konstanta vazduha.

Ako je $v = E_0 + V_1 \cos \omega t$ i $V_1 \gg E_0$ sistem se može linearizovati

i tada je korisna komponenta sile:

$$F \cos \omega t = \frac{A \epsilon_0 E_0}{a^2} V_1 \cos \omega t$$

ili:

$$\frac{F}{V_1} = A \epsilon_0 E_0 a^{-2} \quad (10)$$

Konačno, koristeći (6), (7), (8) i (10) dobija se:

$$\frac{y(x_B)}{V_1} = \frac{3.884 L^3}{EWT^3 a^2} \frac{A E_0 \epsilon_0 N}{1 + \frac{s^2}{\omega_1^2}} \left(\frac{x}{3L} + \frac{x^2}{L^2} - \frac{x^3}{3L^3} \right) \quad (11)$$

gde je s označen koeficijent kojim se uzima u obzir da li sila F deluje na sam kraj konzole ili na dužinu $L-L_1$ (videti sliku 1). Vrednost koeficijenta N se može izračunati korišćenjem [10, str.100 slučaj 1 i 4] kao:

$$N = \frac{3}{8} \left(\frac{L_1}{L^2} + \frac{L_1}{LL} + 1 - \frac{L_1^3}{3L^3} \right) \quad (12)$$

3. Zaključak

Ovde je pokazano da se pomoću ekvivalentnog modela prostog silicijumskog filtra dobijaju tačni rezultati za učestanost, otklon i prenosnu karakteristiku vrlo jednostavnim računom. Matematički aparat koji se koristi je daleko jednostavniji od onog koji se koristi u teoriji vibracija kada se ovaj filter posmatra kao sistem sa raspodeljenim parametrima. Prenosna karakteristika dobijena ovom jednostavnom metodom može se koristiti za izračunavanje prenosne funkcije filtra definisane kao V_0/V_1 gde je V_0

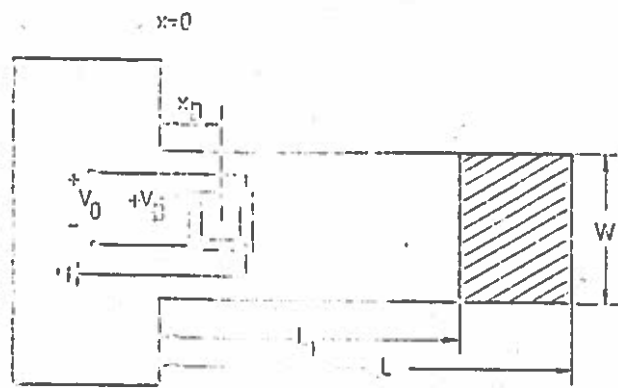
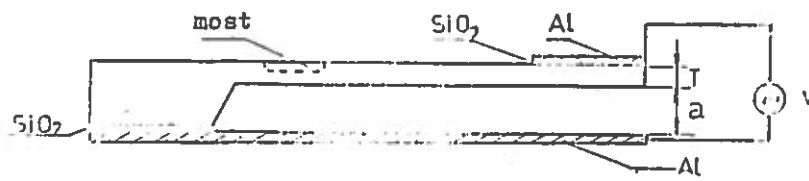
izlazni napon, a V_1 ulazni napon filtra. Kako je prenosna karakteristika definisana kao $y(x_B)/V_1$ treba je pomnožiti sa $V_0/y(x_B)$ da bi se dobila prenosna funkcija. Količnik $V_0/y(x_B)$ predstavlja prenosnu karakteristiku izlaznog pretvarača i može se izračunati u svakom posebnom slučaju.

Značaj ekvivalentnog modela dolazi do punog izražaja tek kod izračunavanja rezonantnih učestanosti i prenosnih funkcija složenih silicijumskih filtera (sastavljenih od dva ili više spregnutih štapiča-konzola) gde bi bez njega praktično bilo nemoguće izračunati ih [5]. Naime ako se ne koristi ekvivalentni model već klasična teorija vibracija, čak se i za najprostiji slučaj složenog filtra ne može dobiti analitički izraz ni za rezonantne učestanosti ni za prenosne karakteristike. Može se međjutim pokazati [5] da se primenom ekvivalentnog modela mogu naći prenosne funkcije bilo kako složenog silicijumskog filtra.

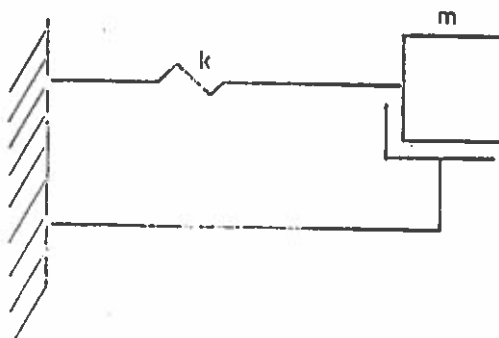
4. Literatura

- [1] W.E. Newell, "Tuned Integrated Circuits - A State of the Art Survey", Proc. IEEE, vol. 52, pp. 1603-1608, Dec. 1964.
- [2] M. Hribšek, "Prilog sintezi aktivnih filtera drugog reda sa operacionim pojačavačima", magistarski rad, Beograd 1974.
- [3] W.E. Newell, "Ultrasonics in Integrated Electronics", Proc. IEEE, vol. 53, pp. 1035-1309, October 1965.
- [4] J. J. O'Connor, "A 400 Tuning Fork Filter", Proc. IRE, vol. 49, pp. 1857-1865, November 1960.
- [5] M. Hribšek, "High Q Selective Filters Using Mechanical Resonance of Silicon Beams", Ph.D. Thesis, 1976.
- [6] W.P. Mason, "Electromechanical Transducers and Wave Filters" Van Nostrand, New York, 1948.
- [7] C.M. Harris, C.E. Crede, "Shock and Vibration Handbook", vol. 1 McGraw Hill Co. 1961.
- [8] Gradjevinski priručnik Tehničar I, Gradjevinska knjiga, Beograd 1954.
- [9] G.M. Carter, "The Electromagnetic Field in its Engineering Aspects", American Elsevier Publ. Co. New York, 1967.
- [10] R.Y. Roark, "Formulas for Stress and Strain", McGraw Hill Co. 1954.

I.234



Slika 1. Prost silicijumski filter



Slika 2. Ekvivalentni model silicijumske konzole bez gubitaka